



## **O ENSINO DE PROBABILIDADE GEOMÉTRICA: UMA POSSIBILIDADE NO ENSINO MÉDIO**

Patrick Ramalho de Oliveira<sup>1</sup>

Antônio Sales<sup>2</sup>

### **RESUMO**

Este artigo apresenta apontamentos sobre o ensino de probabilidade no ensino médio tendo por base a Teoria das Situações Didáticas, de Guy Brousseau e trabalhos de alguns educadores matemáticos. O motivo da escolha por essa modalidade de ensino é que o conceito de Probabilidade Geométrica é pouco trabalhado no Ensino Médio. Na escola, frequentemente o ensino de probabilidade se restringe apenas à contagem de casos favoráveis e casos possíveis. Porém, o trabalho com Probabilidade Geométrica pode ser muito interessante para que os estudantes associem estudos de probabilidade e conhecimentos geométricos.

**Palavras-chave:** Teoria das situações didáticas. Jogo dos discos. Probabilidade.

### **INTRODUÇÃO**

Apesar da ampla discussão sobre questões relacionadas à didática específica relativa ao ensino da matemática percebe-se que este, em sua maioria das vezes, é carregado com traços de práticas mecânicas. São dificuldades no ensino e na aprendizagem que vêm se perpetuado há anos por modelos que não levam o educando a reformular suas respostas, uma vez que os problemas a serem resolvidos já vêm prontos e bem como as respectivas respostas também já prontas sem levar o estudante ao conhecimento científico ou a uma contextualização histórica, isto é, integrar aquele tema com a história da matemática.

---

<sup>1</sup> Mestrando no Programa de Mestrado em Educação na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS). E-mail: patrick\_matematica@hotmail.com

<sup>2</sup> Professor Sênior do Programa de Mestrado em Educação na Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul (UEMS). E-mail: profesales@hotmail.com

Toda prática didática que norteia o processo de ensino e aprendizagem da matemática provém de tendências de ensino de matemática que tem suas raízes nos modelos epistemológicos gerais: euclidianos, quase empíricos e construtivistas (GASCÓN, 2001). É possível vislumbrarmos resquícios dessas correntes epistemológicas nas práticas didáticas contemporâneas. (...) Para Gascón (2001), essa concepção do conhecimento matemático também se estende para as práticas de ensino nos sistemas escolares. Em conformidade com esse autor, da corrente epistemológica euclidiana emergiu o modelo docente bidimensional clássico. Tal modelo didático se configura por meio do entrelaçamento dos modelos teoricista e tecnicista presentes na prática do professor. Ambos concebem o conhecimento matemático como algo mecânico e totalmente controlável pelo professor. No modelo docente clássico, o docente resume o processo de ensino na apresentação de um corpo teórico (definições, teoremas, axiomas), seguido de exemplos e exercícios voltados para a compreensão da teoria e aplicação de técnicas. ” (SALES, 2015, p. 428-429)

Essa prática mecânica, vem proporcionando uma crise do ensino de matemática, tanto em rede privada como pública. No Brasil pode-se constatar facilmente esse fato pela observação do baixo desempenho geral em avaliações externas, sobretudo de matemática. Essa questão envolve fatores que vão além do metodológico, mas é frequente a reflexão que envolve certa insatisfação com uma abordagem tradicional.

Segundo MIZUKAMI (2001), na abordagem tradicional, o estudante apenas executa prescrições que lhe são fixadas por autoridades exteriores; é instruído e ensinado pelo professor. Dessa forma, a inteligência é concebida pelo acúmulo de informações. Os métodos tradicionais têm como objetivo a transmissão de conteúdos definidos, onde a variedade e a quantidade de noções, conceitos e informações prevaleçam sobre a formação do pensamento reflexivo.

A ideia não é discordar da tendência tradicional, como práticas de muitas escolas e sim provocar uma discussão sobre aquele método em que o professor desenvolve todo o raciocínio sozinho e pensa transmiti-lo ao estudante, oferecendo modelos para a resolução dos exercícios, crendo que basta ao estudante realizar cópias e reproduzir técnicas, que os mesmos já aprenderam o conteúdo. Essa forma de ensinar, que se pode criticar, acabaria por restringir as possibilidades de o estudante desenvolver estratégias e raciocinar. Ou seja, ela não seria adequada ao ensino de matemática e contribuiria para a crise mencionada acima.

A matemática sendo ensinada segundo o modelo citado, proporciona aos estudantes a memorização, invés do raciocínio e de suas deduções. GÁSCON (2001) apresenta modelos epistemológicos gerais: euclidianos, quase empíricos e construtivistas. CAMILO (2007, p. 21), destaca o modelo euclidiano que interpreta da seguinte forma: “o teoricismo considera o estudante como uma ‘caixa vazia’ e o tecnicismo o vê como um ‘autômato’, cuja melhora está

associada ao domínio das técnicas, sistematizando-as. Para tanto, as duas teorias consideram o processo de ensino como algo mecânico e totalmente controlável pelo professor. ” Dessa forma, o estudante, não adquire sua vida extraescolar e sim um novo conhecimento do qual não percebe relação com o conhecimento que adquire paralelamente fora da escola. O mesmo deveria adquirir habilidade para se resolver problemas, mas é condicionado a responder alguns problemas-padrão do conteúdo que está vendo naquele momento, reproduzindo um procedimento fornecido pelo professor.

Por essa razão, este artigo, expressa uma perspectiva para o ensino de matemática, baseada em trabalhos e ideias que vêm sugerindo um novo olhar para o ensino desse componente curricular. A Educação Matemática, tendo como vertente a Teoria das Situações de Guy Brousseau (1986) tem fornecido elementos para esse debate. Essa teoria tem sido uma fonte de inspirações para novas abordagens da questão de um ensino de matemática mais adequado à formação de um estudante crítico e reflexivo.

## **TEORIA DA SITUAÇÃO DIDÁTICA**

Entre várias teorias pedagógicas desenvolvidas nas últimas décadas, em sua maioria elas abordam aspectos gerais, porém, o modelo teórico desenvolvido por BROUSSEAU (1986) contempla a especificidade do saber matemático. Essa teoria, iniciada em 1970, na França, representou um marco importante na pesquisa sobre o ensino e a aprendizagem da matemática.

Nessa teoria, é importante a compreensão do termo *meio*, que é onde ocorrem as interações do sujeito. Segundo FREITAS (2012, p. 79), “ao organizar o meio, o professor tem expectativas em relação à participação dos estudantes e estes também observam o trabalho do professor e buscam entender quais são as regras do jogo para direcionarem suas ações. ”

Assim, “o objeto central de estudo nessa teoria não é o sujeito cognitivo, mas a situação didática, na qual são identificadas as interações entre professor, estudante e saber” (ALMOULOU, 2007, p. 32).

A situação didática existirá sempre que ficar caracterizada uma intenção do professor, de possibilitar ao estudante a aprendizagem de um determinado conteúdo, pois, segundo Freitas, Brousseau afirmou que:

uma situação didática é um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e ou implicitamente entre um aluno ou um grupo de alunos, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos, e um sistema educativo ( o professor) com a finalidade de possibilitar a estes alunos um saber constituído ou em vias de constituição (...) o trabalho do aluno deveria, pelo menos em parte, reproduzir características do trabalho científico propriamente dito, como garantia de uma construção efetiva de conhecimentos pertinentes. (FREITAS, 2012, p. 80).

Por meio da análise das situações didáticas é possível investigar a problemática da aprendizagem matemática e empenhar em aspectos que ocorrem durante a resolução de problemas e a elaboração de conceitos pelos estudantes. Assim o trabalho do professor será “propor ao estudante uma situação de aprendizagem para que [este] elabore seus conhecimentos como resposta pessoal a uma pergunta, e os faça funcionar ou os modifique como resposta às exigências do meio e não a um desejo do professor” (BROUSSEAU, 1996b, p. 49).

Um dos grandes equívocos encontrados no ensino da matemática seja aquele de pensar em sua prática educativa se reduziria a uma simples reprodução, em menor escala, do contexto do trabalho científico. Assim, o professor tem um trabalho desafiador, que consiste em criar condições para que o estudante aprenda em pouco tempo noções que demoraram muito para serem construídas.

Consideremos um dispositivo criado por alguém que queira ensinar um conhecimento, Brousseau relata que

“esse dispositivo abrange um *meio* material - as peças de um jogo, um desafio, um problema, inclusive um exercício, fichas, etc, - e as regras de interação com esse dispositivo, ou seja, o jogo propriamente dito. Contudo, somente o funcionamento e o real desenvolvimento do dispositivo, as partidas de fato jogadas, a resolução do problema, etc, podem produzir um efeito de ensino. Portanto deve-se incluir o estudo da evolução da situação, visto pressupormos que a aprendizagem é alcançada pela adaptação do sujeito, que assimila o meio criado por essa situação, independentemente de qualquer intervenção do professor ao longo do processo. Os conhecimentos se manifestam essencialmente como instrumentos de controle das situações.” (BROUSSEAU, 2008, p. 22)

Dessa forma, para ilustrar o papel desempenhado pelas relações entre o funcionamento dos conhecimentos dos estudantes e as características das situações, relações essas manifestadas nos comportamentos dos estudantes, tomemos como exemplo os jogos dos discos.

São as atividades envolvendo a resolução de problema que impulsiona o processo de ensino e aprendizagem matemática. A escolha de um bom problema é a parte inicial do trabalho pedagógico, sendo que este deve ser compatível com o nível de conhecimento dos estudantes. O responsável pela realização dessa tarefa é o professor, pois é ele quem tem as condições de conhecer os estudantes e a realidade de sala de aula. “Levando em consideração que o saber tem diversos níveis de funcionalidade, dependendo do problema e dos conceitos utilizados, é de se esperar que o conhecimento elaborado pelo estudante seja diferente segundo cada caso.” (FREITAS, 2012, p. 94)

Descreveremos uma breve abordagem da classificação das situações didáticas, procurando associar as relações do estudante com essa diversidade de possibilidades de utilização do saber, sendo elas: situação da ação; situação de formulação; situação de validação e a institucionalização. (BROUSSEAU, 2008)

**Situação de ação:** Para um sujeito, “atuar” consiste em escolher diretamente os estados do *meio* antagonista em função de suas próprias motivações. Se o meio reage com certa regularidade, o sujeito pode relacionar algumas informações às suas decisões, antecipar suas respostas e considerá-las em suas futuras decisões. Os conhecimentos permitem produzir e mudar essas “antecipações”. A aprendizagem é o processo em que os conhecimentos são modificados. Podemos representar esses conhecimentos por meio de descrições de táticas que o indivíduo parece seguir ou pelas declarações daquilo que parece levar em consideração, mas tudo são só projeções. A manifestação observável é um padrão de resposta explicado por um modelo de ação implícito.

**Situação de formulação:** A formulação de um conhecimento corresponderia a uma capacidade do sujeito de retomá-lo (reconhecê-lo, identificá-lo, decompô-lo e reconstruí-lo em um sistema linguístico). O *meio* que exigirá do sujeito o uso de uma formulação, deve então, envolver um outro sujeito, a quem o primeiro deverá comunicar uma informação. Porém, se quisermos determinar o conteúdo da comunicação, também será necessário que ambos os interlocutores cooperem no controle de um meio externo, de forma que nem um nem outro possa fazê-lo sozinho e que o único modo de ganhar seja obtendo do outro a formulação dos conhecimentos em questão.

**Situação de validação:** Os esquemas de ação e de formulação implicam processos de correção, seja empírica ou apoiada em aspectos culturais, para assegurar a pertinência, a adequação, a adaptação ou a conveniência dos conhecimentos mobilizados. Mas a modelagem, no que diz respeito à situação, permite distinguir um novo tipo de formulação: o

emissor já não é um informante, mas um proponente, e o receptor, um oponente. Pressupõe-se que possuam as mesmas informações necessárias para lidar com uma questão. Colaboram na busca da verdade, ou seja, no esforço de vincular de forma segura um conhecimento a um campo de saberes já consolidados, mas entram em confronto quando há dúvidas. Juntos, encarregam-se das relações formuladas entre um meio e um conhecimento relativo a ele. Cada qual pode posicionar-se em relação a um enunciado e, havendo desacordo, pedir uma demonstração ou exigir que o outro aplique suas declarações na interação com o meio.

**Institucionalização:** No passado, acreditávamos que, ao considerarmos as situações da ação, formulação e validação, dispúnhamos já de todos os tipos possíveis de situação. Mas, no decorrer das experiências desenvolvidas, vimos que os professores, depois de certo tempo, precisavam ordenar um espaço. Não queriam passar de uma lição à seguinte, queriam parar para “rever o que já haviam feito.: tinham de dar conta da produção dos estudantes, descrever os fatos observados e tudo que estivesse vinculado ao conhecimento em questão; conferir um *status* aos eventos da classe vistos como resultados dos estudantes e do processo de ensino; determinar um objeto de ensino e identificá-lo; aproximar as produções dos conhecimentos de outras criações e indicar quais poderiam ser reutilizadas. O fato de garantir a consistência do conjunto das modelagens, eliminando as que são contraditórias, exige um trabalho teórico - mostraram a necessidade de considerar as fases de institucionalização que deram a determinados conhecimentos o status cultural indispensável de saber. (BROUSSEAU, 2008)

A relação professor-estudante está subordinada a muitas regras e convenções, que funcionam como se fossem cláusulas de um contrato. Segundo SILVA (2012, p. 49), “o conjunto das cláusulas que estabelecem as bases das relações que os professores e os estudantes mantêm com o saber constitui o chamado *contrato didático*. ” Essas regras quase nunca são explícitas, mas ficam perceptíveis quando ocorre a sua transgressão.

Chama-se contrato didático o conjunto de comportamentos do professor que são esperados pelos estudantes e o conjunto de comportamentos do estudante que são esperados pelo professor [...]. Esse contrato é o conjunto de regras que determinam uma pequena parte explicitamente, mas sobretudo implicitamente, do que cada parceiro da relação didática deverá gerir e daquilo que, de uma maneira ou de outra, ele terá de prestar conta perante o outro. (BROUSSEAU apud FREITAS, 2012, p.50)

O contrato didático não é composto apenas por regras de convívio ou lista de combinados, mas também, como um contrato pedagógico. O contrato didático seria referente

ao processo de ensino e de aprendizagem, geralmente não escrito, mas formado por relações que o professor espera do estudante e das atitudes que o estudante espera do professor, de um modo geral, o que é explicitado em contrato didático são questões sobre avaliações e como as atividades serão feitas. (ALMOULOU, 2007)

Dessa forma o contrato didático depende de estratégias adotadas no percurso do ensino, tais como: as escolhas pedagógicas, o tipo de trabalho solicitado aos estudantes, os objetivos do curso, as condições de avaliação, etc.

Nas aulas de matemática uma prática pedagógica comum é aquela em que o professor cumpre o seu contrato didático dando aulas expositivas e passando exercícios aos estudantes. Alguns casos, o professor se refugia na segurança dos algoritmos prontos, fracionando os exercícios de matemática em estágios para que os estudantes possam fazer de forma mecânica, assim esvaziando o significado do conteúdo. A preocupação do professor é apresentar uma definição, dar alguns exemplos e solicitar exercícios idênticos aos dos exemplos dados. Nesse contrato cabe aos estudantes apenas memorizar as regras para repeti-las nas provas. Nessas circunstâncias, a construção do saber fica quase que exclusivamente sob a responsabilidade do estudante.

O contrato didático quando seguido por orientações contidas em sequências didáticas organizada pelo professor e que a institucionalização do saber se dá por meio de sessões coletivas já é bem diferente ao citado anteriormente. O docente baseia-se nas produções pessoais ou coletivas dos estudantes para poder avançar no aprendizado de todos os estudantes da sala. Nesse tipo de contrato o problema proposto pelo professor não necessariamente é resolúvel, ou seja, pode acontecer que não se saiba que existe uma resposta, a resposta se existir, pode não ser única, os dados podem não ser adequados, podendo ser insuficientes ou podem ser superabundantes. E essa procura dos dados pertinentes a resolução do problema faz parte do contrato didático.

Para uma efetiva aprendizagem, em muitos casos, é necessário que aconteça rupturas e renegociação do contrato didático. Um exemplo para ilustrar essa situação é quando o professor pretende introduzir um conceito novo através, não de uma aula expositiva, mas por meio de atividades em que os estudantes, partindo de uma situação problema, resolvem questões trabalhando individualmente ou em duplas e, no final, o professor faz com toda a classe o fechamento visando a institucionalização do conceito que se pretende construir. Os estudantes recebem a ficha de atividade e aguardam que o professor inicie o trabalho. Quando este lhes diz que são eles que devem trabalhar, a primeira reação vem imediatamente,



questionar: “não sei fazer”, “como começar? ”, “a teoria não foi dada”, “você não vai explicar? ”.

Com essas rupturas o erro não é mais uma falha que se deve evitar a qualquer preço. Ele pode contribuir para a construção do conhecimento pretendido. Mas precisa-se notar que existem muitos erros e quem nem todos os erros são construtivos para o conhecimento.

Enfim, o contrato didático existe em função do aprendizado dos estudantes e a cada nova etapa da construção do conhecimento o contrato é renovado e renegociado. Em geral, essa renegociação passa despercebido pelos parceiros da relação didática. Em sua maioria das vezes os estudantes encontram muita dificuldade em se adaptarem a uma mudança de contrato. E essa renovação, bem como a transgressão depende não só do tipo de trabalho como também do meio onde se dá a prática pedagógica.

Para a efetiva realização de um projeto didático deve-se criar situações que procure provocar o funcionamento do saber e dos conhecimentos aferentes. Assim descrevemos alguns componentes essenciais das situações didáticas.

Um componente essencial do contrato didático é a devolução. Nessa teoria, segundo FREITAS (2012, p. 83), “a devolução tem o significado de transferência de responsabilidade, uma atividade na qual o professor, além de comunicar o enunciado, procura agir de tal forma que o estudante aceite o desafio de resolvê-lo, como se o problema fosse seu e não somente porque o professor quer. ” O estudante aceita a participar desse desafio proposto pelo professor e ao conseguir sucesso nessa sua empreitada, podemos dizer que inicia-se o processo de aprendizagem.

Mas para a progressão de sua aprendizagem é necessário análise de certos tipos particulares da situação didática, e uma delas é variável em que o professor não tem nenhum controle ou até mesmo razoável controle da ação didática. Assim, na perspectiva de melhor compreensão dessas variáveis sobre os quais o professor não tem um controle direto, faz-se necessário apresentar a noção de situação adidática. Ainda é Freitas que cita as seguintes palavras de Brousseau:

uma situação adidática caracteriza-se essencialmente pelo fato de representar determinados momentos do processo de aprendizagem nos quais o estudante trabalha de maneira independente, não sofrendo nenhum tipo de controle direto do professor relativamente ao conteúdo matemático em jogo. (...) A devolução de uma situação consiste no conjunto de condições que permitem que o estudante se aproprie da situação. Quando os estudantes se apropriaram da situação, o professor pode deixá-los com a responsabilidade da pesquisa. (...) O professor prepara, organiza a situação e tem controle sobre o andamento dela, não sobre o saber, para



que o estudante possa vivenciá-la como se fosse um pesquisador que busca encontrar a solução sem a ajuda do mestre. (...). As situações adidáticas representam os momentos mais importantes da aprendizagem, pois o sucesso do estudante nelas significa que ele, por seu próprio mérito, conseguiu sintetizar alguns conhecimentos. (FREITAS, 2012, p. 84-86).

Destacamos aqui que toda vez que for possível caracterizar uma intenção por parte do professor ao orientar um estudante para a aprendizagem de um conteúdo, fica caracterizado a existência de uma situação didática, e que toda situação adidática é um tipo de situação didática. Mas não podemos confundir com as situações não-didáticas, que são aquelas que não foram planejadas visando uma aprendizagem.

A escolha do problema pelo professor é uma parte importante de uma situação didática mais ampla, planejada com fins pedagógicos, na qual podem ocorrer uma ou mais situações adidáticas. E ao escolher o problema, o professor deve possibilitar ao estudante o máximo de independência para que o estudante possa desenvolver autenticamente seus próprios mecanismos de resolução do problema, através de suas elaborações de conceitos.

Outro componente essencial é a institucionalização. Pois com a situação adidática, o professor é o responsável por fazer a máquina funcionar, mas, no que se refere ao conhecimento propriamente dito, suas intervenções são quase nulas. Segundo Brousseau:

No decorrer das experiências desenvolvidas na escola Jules Michelet, vimos que os professores, depois de certo tempo, antes de dar continuidade ao andamento das aulas, precisavam organizar um espaço. Assim, diziam: ‘vamos rever o que fizemos até agora’ ou ‘alguns alunos estão meio perdidos...temos de fazer alguma coisa’. Fomos obrigados a nos perguntar por que os professores resistiam a reduzir a aprendizagem aos processos que havíamos concebido. Não se tratava de acusá-los, mas de entender o que legitimamente precisavam fazer e por que o faziam de forma obscura diante dos pesquisadores. E foi assim que ‘descobrimos’ o que todos os professores fazem em suas aulas, mas que nosso esforço de sistematização havia tornado inconfessável: o professor devia checar o que os alunos precisavam fazer (e refazer) ou não, o que haviam aprendido ou precisavam aprender. Essa atividade é inevitável: não se pode reduzir o ensino à organização das aprendizagens. (BROUSSEAU (2008, p. 102)

O estudante levando em conta o objeto de conhecimento e o professor considerando a aprendizagem do estudante, isso é um fenômeno social muito importante e uma fase essencial do processo didático. Esse duplo reconhecimento é o objeto da institucionalização. Portanto o papel do professor também é institucionalizar.

## **PROBABILIDADE**

Descreveremos situações do cotidiano em que aparecem a probabilidade, trazendo como exemplo, o valor da mensalidade a ser pago em um plano de saúde.

A empresa que oferece o plano de saúde recebe mensalidades de diferentes usuários, desde crianças recém-nascidas até pessoas idosas. Com os recursos recolhidos mensalmente, a empresa tem de pagar as despesas de consultas, operações e procedimentos diversos solicitados por eles.

Além disso, precisa sustentar sua estrutura operacional, como funcionários, prédios, veículos, impostos, etc. Os donos da empresa também querem que, no final do mês, sobre um lucro para eles mesmos.

Como calcular a mensalidade a ser cobrada dos clientes de modo que esse recurso seja suficiente para a empresa pagar suas despesas? Como a empresa pode prever quantos clientes vão ter um determinado problema de saúde, quantas consultas vão solicitar, exames clínicos, operações, etc? Ao fazer esses cálculos, a empresa usa a teoria das probabilidades para estimar a ocorrência de problemas e necessidades de saúde na população.

Após parecer deste conteúdo no cotidiano, a pesquisa trará descritivo de um jogo que pode ser utilizado nas aulas de matemática para ensinar probabilidade. Este jogo denomina-se:

### **O jogo dos discos.**

Historicamente, era moda ladrilhar pisos de castelos e jardins. As crianças não perderam tempo e logo fizeram desses ladrilhos um grande tabuleiro. Inventaram o jogo dos discos, lançando moedas aleatoriamente no piso e apostando na parada da moeda no interior de um ladrilho. Mas que fatores contribuía para uma criança ganhar a aposta e ver sua moeda inteiramente dentro de um ladrilho, num lançamento aleatório, sem tocar nenhuma de suas bordas? As crianças mais espertas logo perceberam que o diâmetro da moeda e o tamanho dos ladrilhos influenciavam, e muito, na probabilidade de ganho deste jogo.

### Exemplo do jogo de discos



Fonte: LIMA (2013)

Nesse jogo, os fatores que contribuem para a probabilidade para o disco tocar ou não as bordas do ladrilhamento são apenas o diâmetro do disco e o tamanho dos ladrilhos.

### METODOLOGIA

A metodologia adota será a engenharia didática. Ela tem por finalidade analisar as situações didáticas. Essa metodologia inclui uma parte experimental. Segundo Michèle Artigue:

[...] este termo foi ‘cunhado’ para o trabalho didático que é aquele comparável ao trabalho do engenheiro que, para realizar um projeto preciso, se apoia sobre conhecimentos científicos de seu domínio, aceita submeter-se a um controle de tipo científico, mas, ao mesmo tempo, se vê obrigado a trabalhar sobre objetos depurados da ciência e, portanto, a enfrentar praticamente, com todos os meios de que se dispõe, problemas que a ciência não quer ou não pode levar em conta. (ARTIGUE, 1988, p. 283).

Douady explicita a engenharia didática como uma metodologia de pesquisa específica, como sendo:

[...] uma sequência de aula (s) concebida (s), organizada (s) e articulada (s) no tempo, de forma coerente, por um professor-engenheiro para realizar um projeto de aprendizagem para uma certa população de alunos. No decurso das trocas entre professor e alunos e em função das escolhas e decisões do professor. (DOUADY, 1993, p.2)

Essa metodologia pode ser compreendida tanto como um produto resultante de uma análise *a priori*, caso da metodologia de pesquisa, também como uma produção para o ensino. Artigue (1988, p. 285) caracteriza a engenharia didática: “[...] como um esquema experimental baseado sobre ‘realizações didáticas’ em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino.”

Portanto a singularidade da engenharia didática está sem suas características de funcionamento metodológico. Assim o processo experimental da engenharia didática se compõe de quatro fases: análises preliminares; concepção e análise *a priori* das situações didáticas; experimentação; análise *a posteriori* e validação.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ALMOULOU, S. A. Fundamentos da Didática da Matemática. Paraná: UFPR, 2007.

ARTIGUE, M. (1988): “Ingénierie Didactique”. Recherches en Didactique des Mathématiques. Grenoble: La Pensée Sauvage-Éditions, v. 9.3, 281-308.

BICUDO, M. A. V. **Contribuição da fenomenologia à Educação.** In: BICUDO, M.A. V.; CAPPELLETTI, I. F. (orgs). Fenomenologia: uma visão abrangente da educação. São Paulo: Olho d’Água, 1999. p. 1152

BROUSSEAU, G. Os diferentes papéis do professor. In: PARRA, C.; SAIZ, I. Didática da Matemática: Reflexões Psicopedagógicas. Tradução de: Juan Acuña Llorens. Porto Alegre: ArtMed, 1996b. Cap. 4. p. 48-72.

BROUSSEAU, G. **Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas:** conteúdos e métodos de ensino / Guy Brousseau; apresentação de Benedito Antonio da Silva; consultoria técnica José Carlos Miguel; [tradução Camila Bogéa]. – São Paulo: Ática, 2008.

CAMILO, C. M. **Geometria nos currículos dos anos finais do ensino fundamental: uma análise à luz dos modelos teóricos de Josep gascón.** PUC/SP 2007. Dissertação 187 p.

DOUADY, R. (1993). **L'ingénierie didactique:** un moyen pour l'enseignant d'organiser les rapports entre l'enseignement et l'apprentissage. Cahier de DIDIREM, Paris: IREM de Paris VII.

FREITAS, J. L. M. **Teoria das situações didáticas.** In: MACHADO, Silvia Dias Alacântara. (Org.) Educação Matemática – Uma (nova) introdução. – São Paulo: EDUC, 2012. p. 77 – 112.

GASCÓN, J. (2001). Incidencia del modelo epistemológico de las matemáticas sobre las prácticas docentes. Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa (RELIME), 4(2), 129-159.

KLUBER, T. E; BURAK, D. **A FENOMENOLOGIA E SUAS CONTRIBUIÇÕES PARA A EDUCAÇÃO MATEMÁTICA.** Práxis Educativa, Ponta Grossa, PR, v. 3, n. 1, p. 95 - 99, jan. - jun. 2008.

LIMA, F. M. B. **O ensino de probabilidade com o uso do problema do jogo dos discos /** Felipe Mascagna Bittencourt Lima. -- São Carlos : UFSCar, 2013. 119 p.

MIZUKAMI, M. G. **Ensino: as abordagens do processo.** São Paulo, E.P.U., 2001.

SALES, A. **Prática Docente: uma Análise do Ensino das Frações com Base nos Modelos Docentes de Gascón.** UNOPAR Cient., Ciênc. Human. Educ., Londrina, v.16, n.esp., p.428-435, 2015