O FORMALISMO INTEGRAL PARA UM VOLUME DE CONTROLE

Gean H. Sabino Freitas[1]; Flávio S. Michels[2]; Wilson E. Passos[3]

[1]Acadêmico do curso de Engenharia Civil (UNIGRAN). [2]Doutorando em Ciências e Tecnologia (UFGD) [3]Docente do Curso de Engenharia Civil, (UNIGRAN).

RESUMO

O presente trabalho consiste em uma revisão bibliográfica da formulação integral para a dinâmica de um fluido considerando um volume de controle. Esta formulação pode ser representada de forma geral pelo teorema do transporte de Reynolds. Foi feita uma demonstração detalhada do teorema do transporte obtendo uma expressão genérica que descreve todas as propriedades da dinâmica de um fluido. Em seguida, esse teorema foi aplicado às leis básicas da física, onde foi possível obter expressões matemáticas para cada uma destas leis. Essas formulações permitem calcular diversas propriedades do fluido. Pode-se, existir diversas utilizações, das quais dependem fundamentalmente do teorema do transporte de Reynolds, sendo por isso, essencial o conhecimento da origem das formulações, provocando um desencadeamento de ideias e auxiliando na incorporação de importantes conceitos da dinâmica dos fluidos em geral, fornecendo recursos para novos aprendizados embasados nos tópicos a serem expostos.

Palavras-Chave: Teorema do Transporte de Reynolds, Fenômenos de Transportes, Mecânica dos Fluidos.

INTRODUÇÃO

As implicações para obter o entendimento do real conceito do teorema do transporte decorrem da interpretação de alguns conceitos físicos sobre as propriedades dos fluidos, como quantidade de movimento linear, quantidade de movimento angular, termodinâmica e conservação da massa. Dependendo das condições em análise do fluído, cada propriedade é aplicada de acordo com o contexto (OLIVEIRA, 2013).

Dessa maneira, a finalidade desse trabalho é aplicar algumas leis físicas de conservação na situação em que um fluido sofre um dado deslocamento considerando um volume de controle, através de uma demonstração explicativa de cada lei física aplicada ao teorema de Reynolds.

MATERIAL E MÉTODOS

Foram utilizados livros de abrangência ampla e especifica, tratando da mecânica dos fluidos, onde o teorema do transporte de Reynolds é comumente aplicado, e dos fenômenos dos transportes em geral. As observações e considerações realizadas tornam-se pertinentes para um trabalho de revisão. Além de livros, artigos também serviram de instrumento, pois por meio deles, foram encontradas aplicações gerais da mecânica dos fluidos, e implicitamente relacionados com teorema, servindo de base à efetiva organização do trabalho (VERTCHENKO; DICKMAN; FERREIRA, 2009).

Começando por uma análise cautelosa da parte teórica, sendo relevante importância recursos gráficos na visualização do escoamento e determinação do volume de controle e as superfícies de controle, foi feita uma dedução do teorema, para compreender a origem da fórmula, e suas implicações físicas: A conservação da massa, a segunda lei de Newton e as leis da termodinâmica foram aplicadas, com o fim de demonstrar a real utilização da dedução em alguns conceitos físicos clássicos.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O teorema do transporte de Reynolds, dado um volume de controle em um intervalo de tempo definido, é uma das maneiras de calcular a variação total da massa, do momento linear, do momento angular, da energia interna ou da entropia. Por meio da adoção de um N arbitrário para quaisquer das leis da física, e um η dependente, isto é, um termo relacionado à propriedade do sistema e proporcional a uma pequena variação de massa ou volume, o N correspondente é:

$$N_{sist} = \int_{M_{sist}} \eta dM = \int_{\forall_{sist}} \eta \rho d\forall \qquad \text{Eq. 1}$$

A definição de diferencial pelo limite permite a visualização do movimento do sistema conforme o fluxo. Lembrando que o volume de controle é tratado aqui como porção fixa. Portanto, adotando como estado inicial (t_0) o de coincidência entre o volume de controle e o sistema, e $t_0 + \Delta t$ como o estado sem coincidência, encontra-se a variação da propriedade extensiva em diferentes instantes, da entrada e saída do volume com o deslocamento do sistema em relação ao volume de controle (FOX; MCDONALD, 1998). Veja a figura 1.

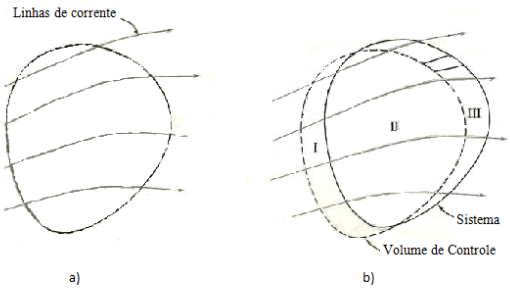

Figura 1. Em (a - b) O volume de controle e o sistema coincidem no instante t_0. Com $t_0 + \Delta t$, o sistema varia devido ao escoamento do fluído e o volume de controle imóvel, independente do fluido.

Logo:

$$\left.\frac{dN}{dt}\right]_{sist} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{N_{VC}]_{t_0+\Delta t} - N_{vc}]_{t_0}}{\Delta t} - \lim_{\Delta t \to 0} \frac{N_I]_{t_0+\Delta t}}{\Delta t} + \lim_{\Delta t \to 0} \frac{N_{III}]_{t_0+\Delta t}}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \qquad \lim_{\Delta t \to 0} \frac{N_{VC}]_{t_0+\Delta t} - N_{vc}]_{t_0}}{\Delta t} = \frac{\partial N_{VC}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} \eta \rho d\forall$$

$$\Rightarrow \qquad \lim_{\Delta t \to 0} \frac{N_{III}]_{t_0+\Delta t}}{\Delta t} = \int_{SC_{III}} \eta \rho \left|\vec{V}\right| \cos\alpha \left|d\vec{A}\right|$$

$$\Rightarrow \qquad -\lim_{\Delta t \to 0} \frac{N_I]_{t_0+\Delta t}}{\Delta t} = \int_{SC_I} \eta \rho \left|\vec{V}\right| \cos\alpha \left|d\vec{A}\right|$$

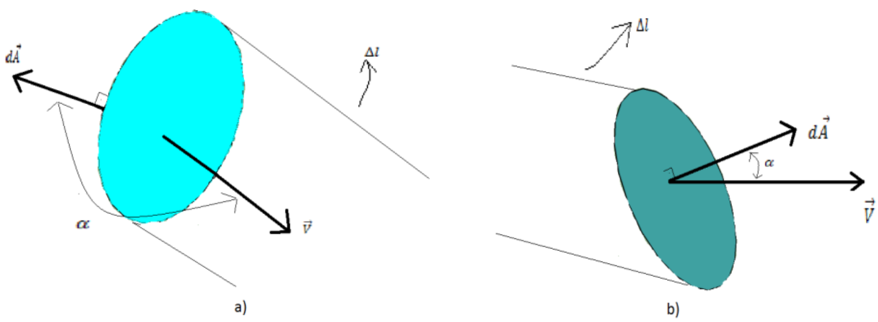

Figura 2. No primeiro caso (a), para a superfície de controle I, α é maior que $\pi/2$, na entrada do volume de controle. Em (b) $d\vec{A}$ é perpendicular à superfície de controle III, em que α é o ângulo entre o vetor velocidade de uma partícula também qualquer e o vetor $d\vec{A}$.

O que o teorema propôs é uma maneira viável, com termos reais em dadas condições de escoamento uniforme ter uma nova visão para o sistema. Então para uma projeção máxima de $d\vec{A}$ em $\vec{V}$, $|\vec{V}|\cos\alpha|d\vec{A}|$ é o produto escalar $\vec{V}.d\vec{A}$ (figura 2):

$$\left.\frac{dN}{dt}\right]_{sist} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC}\eta\rho d\forall + \int_{SC}\eta\rho\vec{V}.d\vec{A} \qquad \text{Eq. 2}$$

Apesar de um teorema aparentemente intrincado, é na realidade simples. O lado esquerdo da equação representa um parâmetro, e a sua variação não necessariamente coincide com o volume de controle, podendo ter uma variação de massa, momentos ou de energia. Cada um dos casos é visualizado adiante. No lado direito, η é a propriedade N em massa, com $d\vec{A}$ positivo no momento de saída, e negativo no momento de entrada do fluido na porção considerada, de forma que para o volume, o líquido está sem vazão, mas o sistema varia (MUNSON; YOUNG; OKIISHI, 2004).

O TEOREMA DO TRANSPORTE APLICADO A CONSERVAÇÃO DA MASSA

A chamada equação da continuidade é aplicável, por exemplo, ao determinar o tempo necessário para encher um tanque de líquido, a taxa de vazão. No teorema do transporte de Reynolds, a propriedade extensiva em questão é a massa, por conseguinte, a propriedade intensiva η tem o valor 1, para que a variação com o tempo de M_{sist} no volume de controle seja coerente. Visto que a igualdade é zero, pois em um regime permanente as propriedades são constantes (MUNSON; YOUNG; OKIISHI, 2004):

$$\left.\frac{dM}{dt}\right]_{sist} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC}\rho d\forall + \int_{SC}\rho\vec{V}.d\vec{A} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC}\rho d\forall + \int_{SC}\rho\vec{V}.d\vec{A} = 0 \qquad \text{Eq. 3}$$

Do arranjo, se obtém que a variação nula da massa é a soma da mesma no volume de controle ao seu fluxo na superfície de controle.

O TEOREMA DO TRANSPORTE APLICADO A SEGUNDA LEI DE NEWTON

No teorema do transporte de Reynolds, denota-se que N é a propriedade extensiva onde é locada a lei em questão, e a sua variação é a somatória das forças resultantes, sendo então interligada com o momento linear. A somatória das forças sobre o sistema é em definição, pelo teorema, igual à sobre o volume de controle, pois são considerados no tempo coincidente. Para $\eta = \vec{V}$ (LIVI, 2004):

$$\sum \vec{F} = = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} \vec{V}\,\rho d\forall + \int_{SC} \vec{V}\rho(\vec{V}.d\vec{A}) \qquad \text{Eq. 4}$$

A substituição no teorema (Eq. 4) mostra a força no sistema igual ao momento linear no volume de controle somado ao presente na superfície de controle.

O TEOREMA DO TRANSPORTE APLICADO AO MOMENTO ANGULAR

A segunda lei de Newton é descrita em relação ao momento linear, mas em muitas situações, como em turbinas ou bombas, onde há eixos, é utilizado o conceito de torque $\left(\sum \vec{M}\right)$ que é basicamente a tendência de rotação em relação a um eixo onde há a aplicação da força com $\vec{r}$ designando o vetor posição. Logo, da propriedade extensiva $N = \vec{H}$ e a propriedade intensiva (lembrando da correspondência implícita para a massa dentro do próprio teorema) se torna somente $\eta = \vec{r}\ X\ \vec{V}$ (FOX; MCDONALD, 1998). O processo é o seguinte:

$$\sum \vec{M} = \frac{d}{dt}\left(\vec{r}\ X\ \vec{P}\right) = \frac{d\vec{H}}{dt} \Rightarrow \sum \vec{M} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC}\left(\vec{r}\ X\ \vec{V}\right)\rho d\forall + \int_{SC}\left(\vec{r}\ X\ \vec{V}\right)\rho\left(\vec{V}.d\vec{A}\right) \qquad \text{Eq. 5}$$

Então, o torque no sistema, é igual (como o esperado) ao momento angular no volume considerado e a sua ação na superfície do mesmo.

O TEOREMA DO TRANSPORTE APLICADO A PRIMEIRA LEI DA TERMODINÃMICA

A variação diferencial da energia no sistema é dada pela soma da energia de entrada ou saída e o trabalho do sistema sobre a vizinhança ou da vizinhança sobre o sistema, convertendo o sinal de acordo com as situações. Convencionando para uma energia de entrada, e para um trabalho do sistema sobre a vizinhança e $N = E_{sist}$ e $\eta = e$ (LIVI, 2004):

$$\left.\frac{dE}{dt}\right]_{sist} = \frac{\delta Q}{dt} - \frac{\delta W}{dt} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} e\,\rho d\forall + \int_{SC} e\rho\left(\vec{V}.d\vec{A}\right) \qquad \text{Eq. 6}$$

Isto é, a energia dentro do sistema corresponde a presente no volume de controle e a passando pela superfície de controle.

O TEOREMA DO TRANSPORTE APLICADO A SEGUNDA LEI DA TERMODINÂMICA

A quantidade de calor transferida a um sistema com temperatura T é maior ou igual ao grau de desorganização do sistema (entropia ΔS):

$$\Delta S \geq \frac{\delta Q}{T} \Rightarrow \frac{dS}{dt} \geq \frac{d}{dt}\left(\frac{Q}{T}\right) \Rightarrow \frac{dS}{dt} \geq \frac{1}{T}\frac{dQ}{dt} \Rightarrow \frac{dS}{dt} \geq \frac{Q}{T}$$

Com o teorema do transporte de Reynolds, $N = S$ e $\eta = s$. Apresenta-se, respectivamente, a entropia na massa do fluxo na superfície de controle e a presente no volume de controle em dado instante (FOX; MCDONALD, 1998). Assim, definindo para a superfície de controle $\zeta = \frac{Q/T}{A}$, sendo o fluxo calor/temperatura sobre uma determinada área:

$$\left.\frac{dS}{dt}\right]_{sist} = \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} s\,\rho d\forall + \int_{SC} s\rho\left(\vec{V}.d\vec{A}\right)$$

$$\int_{SC}\frac{d\zeta}{dt}d\vec{A} \leq \frac{\partial}{\partial t}\int_{VC} s\,\rho d\forall + \int_{SC} s\rho\left(\vec{V}.d\vec{A}\right) \qquad \text{Eq. 7}$$

É obtido como resultado, que a entropia no sistema é maior ou igual ao calor transferido à superfície de controle, com temperatura T.

CONCLUSÃO

O trabalhou apresentou de forma detalhada todas as deduções para a dinâmica de um fluido em um volume de controle, ele se mostra de grande valia para auxiliar estudantes de engenharia (ZINANI; FREY, 2007).

.

REFERÊNCIAS

FOX, R. W.; MCDONALD, A. T. *Introdução à mecânica dos fluidos*. 4. ed. Rio de Janeiro: LTC - Livros Técnicos e Científicos, 1998. p. 64-69.

LIVI, C. P. *Fundamentos de Fenômenos de Transporte*. Rio de Janeiro: LTC – Livros Técnicos e Científicos, 2004. p. 66-68.

MUNSON, B. R.; YOUNG, D. F.; OKIISHI, Theodore H.; *Fundamentos da Mecânica dos Fluidos*. 4Ed. São Paulo: Editora Edgard Blücher Ltda, 2004. p. 163-171.

VERTCHENKO, L.; DICKMAN, A. G.; FERREIRA, J. R. F. Transferência de fluido por meio de um sifão vs. Aplicação da equação de Bernoulli. *Revista Brasileira de Ensino de Física*. Belo Horizonte, v. 31, n. 3, p. 1-2, 2009.

ZINANI, F.; FREY, S. Galerkin Least-Squares Solutions for Purely Viscous Flows of Shear-Thinning Fluids and Regularized Yield Stress Fluids. *J. of the Braz. Soc. Of Mech. Sci. & Eng. Porto Alegre*, v. XXIX, n. 4, p. 443, 2007.

OLIVEIRA, V. F. Um estudo sobre a expansão da formação em engenharia no Brasil. *Revista de Ensino de Engenharia*, v. 32, n.3, p. 37-39, 2013.