ENEPEX
ENCONTRO DE ENSINO, PESQUISA E EXTENSÃO
8° ENEPE UFGD • 5° EPEX UEMS

DESENVOLVIMENTO DE UM GERADOR DE GRÁFICOS DE FUNÇÕES

Raiza Arteman de Oliveira[1]; Adriana Betânia de Paula Molgora[2]
UEMS, Dourados- MS; E-mail: raiza.arteman@gmail.com
1-Bolsista Programa Institucional de Bolsas de Iniciação Científica – PIBIC; 2 – Orientadora

RESUMO

O estudo de gráficos de funções é um campo importante na matemática, com diversas aplicações em várias áreas de conhecimento. Através desse estudo é possível conhecer o comportamento de uma função. A representação gráfica de funções pode ser realizada através ferramentas computacionais, através das quais esse procedimento é facilitado. O objetivo desse projeto foi desenvolver um programa computacional que obtém o gráfico de funções de uma variável. Para o desenvolvimento do mesmo, foram feitos estudos teóricos sobre funções e estudos práticos sobre os aspectos computacionais envolvendo o processo de implementação de um gerador de gráficos de funções. O programa foi desenvolvido em linguagem de programação C++ no sistema operacional Linux Ubuntu 13.04 e compilado no G++ 4.8.1. O programa aceita funções de entrada e desenha o seu gráfico no plano cartesiano. A função deve conter apenas uma variável e há uma lista de funções suportadas. Para o desenvolvimento do projeto foi usada a seguinte metodologia: estudo, através de pesquisa bibliográfica, da fundamentação matemática e computacional; planejamento das questões práticas relacionadas ao desenvolvimento do sistema; implementação em linguagem computacional; testes e avalição sobre o código implementado e redação do relatório final.

Palavras-Chave:
Gráficos, funções, matemática computacional.

INTRODUÇÃO

Problemas matemáticos das mais diversas áreas de conhecimento, envolvem a manipulação de expressões algébricas e/ou transcendentes. Entende-se por expressão algébrica uma expressão matemática que apresenta uma sequência de operações entre letras e números, como por exemplo, uma expressão que denota um polinômio. Expressões transcendentes são expressões que não são algébricas, podendo ser logarítmicas, exponenciais ou trigonométricas (WEINSSTEIN, 2013).

Funções são ferramentas que podem ser utilizadas para descrever problemas do mundo real em termos matemáticos, cujo conceito refere-se essencialmente à correspondência entre conjuntos (THOMAS, 2001). Ou seja, pode-se entender uma função como um mapeamento ou transformação de elementos de um conjunto A para elementos de um conjunto B, onde se associa um único elemento de B para cada elemento de A (ROSEN, 2009).

Podemos dizer que quando duas grandezas x e y estão relacionadas de tal modo que para cada valor de x fica determinado um único valor de y, dizemos que y é função de x. Geralmente, uma função pode ser representada por fórmulas dadas por expressões algébricas ou transcendentes e graficamente, onde seu gráfico consiste no conjunto de pontos que satisfazem a lei da função. Além disso, pode-se representar uma função numericamente através de pontos tabelados, a partir dos quais é feito o gráfico da mesma. Essas representações numéricas são frequentemente utilizadas por engenheiros e cientistas em diversas aplicações (THOMAS, 2001), sendo o gráfico de uma função imprescindível para o estudo do comportamento da mesma.

Tendo como conhecido tais fatos, o projeto se propôs a desenvolver um gerador de gráficos de funções, onde o usuário informa ao sistema uma determinada função, o sistema calcula as imagens para um domínio desta função e desenha um gráfico correspondente.

REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UMA FUNÇÃO

A representação geométrica de uma função pode ser feita assinalando em um sistema de coordenadas cartesianas os pontos (x, y). Se temos uma função f com domínio em A e contra domínio em B, então f está definida em A com valores B. Se todos os conjuntos relacionados a *f* forem subconjunto dos reais, então podemos dizer que *f* é uma função real de variável real (IEZZI, 1990).

Com a ajuda do gráfico de uma função nós podemos ler a imagem e o domínio desta Função nos eixos ordenados. O domínio é constituído pelas abscissas *x* dos pontos do gráfico e a imagem é constituída pelas ordenadas *y*.

MATERIAL E MÉTODOS

Para o desenvolvimento do projeto foi usada a seguinte metodologia:

- Estudo, através de pesquisa bibliográfica, da fundamentação matemática e computacional;
- Planejamento das questões práticas relacionadas ao desenvolvimento do sistema;
- Implementação em linguagem computacional;
- Testes e avalição sobre o código implementado;
- Redação do relatório final.

RESULTADOS E DISCUSSÃO

O processo de obtenção do gráfico de funções, em alguns casos, é relativamente simples. O esboço do gráfico de funções polinomiais de 1º e 2º graus, por exemplo, pode ser obtido usando-se a quantidade pequena de pontos que nortearão o esboço da curva. No entanto, existem casos de funções mais complexas, cujo problema de obtenção de seu gráfico pode ser resolvido por meio de um software que realize esse trabalho. Nesse sentido, durante o desenvolvimento desse projeto foi implementado um gerador de gráficos de funções. A implementação foi realizada utilizando-se a linguagem computacional C++ compilada no G++ 4.8.1, no sistema operacional Linux Ubuntu 12.04.

Para a implementação computacional foi necessária a definição de um conjunto de funções suportadas pelo sistema. Este conjunto foi definido com base na biblioteca math.h da linguagem de programação C. As funções suportadas são:

- seno;
- cosseno;
- tangente;
- arco seno;
- arco cosseno;
- arco tangente;

- seno hiperbólico;
- cosseno hiperbólico;
- tangente hiperbólico;
- exponenciação;
- logarítmica;
- radiciação;
- maior inteiro;
- menor inteiro;
- valor absoluto;

Uma síntese de cada uma dessas funções é apresentada a seguir.

FUNÇÃO EXPONENCIAL

Função exponencial são funções do tipo $f(x) = a^x$ definida $\forall\, x \in R$, com $a \in R$. Uma função exponencial é utilizada na representação de situações em que a taxa de variação é considerada grande, por exemplo, em rendimentos financeiros capitalizados por juros compostos, no decaimento radioativo de substâncias químicas, desenvolvimento de bactérias e micro-organismos, crescimento populacional entre outras situações. A função exponencial de base e é uma função real de variável real que a cada x faz corresponder e^x. Esta função aparece na descrição de vários fenômenos naturais e evolutivos, como a capitalização de juros, crescimento de uma população de microrganismos, na desintegração radioativa, na propagação de uma doença.

FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS

Triângulo retângulo é um triangulo que contém um ângulo reto, ou seja, um de seus ângulos mede 90º. O cateto oposto ao ângulo reto recebe o nome de hipotenusa. Considere o triângulo retângulo mostrado na Figura 1 para o estudo das funções trigonométricas.

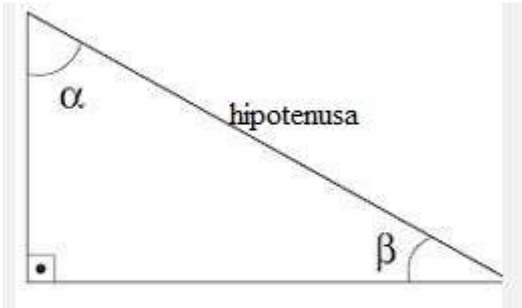

Figura 1 Triângulo retângulo.

FUNÇÃO SENO

A função seno é a função real de variável real que a cada x faz corresponder *sen(x).* Para um ângulo agudo β de um triângulo retângulo o seno de β é dado por:

$$sen\ \beta = \frac{cateto\ oposto\ a\ \beta}{hipotenusa}$$

FUNÇÃO ARCO SENO

Consideremos a função $f(x) = sen\ (x)$ com domínio no intervalo $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ e imagem no intervalo [-1,1]. A função inversa de f, denominada arco cujo seno, definida por f^{-1}: $[-1, 1]$ $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$.

FUNÇÃO SENO HIPERBÓLICO

A função seno hiperbólico recebe este nome pois relaciona-se com a hipérbole e não com arcos. O seno hiperbólico é definido por:

$$senh = \frac{e^{x} - e^{-x}}{2}$$

FUNÇÃO COSSENO

Dado um triângulo retângulo com um de seus ângulos internos igual a α define-se $\cos\alpha$ como sendo a proporção entre o cateto adjacente a α e a hipotenusa deste triângulo.

$$cos\ \alpha = \frac{cateto\ adjascente\ a\ \alpha}{hipotenusa}$$

FUNÇÃO ARCO COSSENO

Seja a função $f(x) = \cos(x)$ com domínio [0, π] e imagem [-1,1]. A função inversa de f denominado arco cujo cosseno é definido por f^{-1}: $[-1, 1][0, \pi]$ e denotada por *arccos(x).*

FUNÇÃO COSSENO HIPERBÓLICO

A função cosseno hiperbólico, tal como seno, recebe este nome pois relaciona-se com a hipérbole e não com arcos. O seno hiperbólico é definido por:

$$\cosh(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$$

FUNÇÃO TANGENTE

Define-se tg β como a proporção entre o cateto oposto a β e o cateto adjacente à β, onde β é um dos 2 ângulos agudos do triângulo retângulo.

$$tg\ \beta = \frac{cateto\ oposto\ \text{à}\ \beta}{cateto\ adjascente\ \text{à}\ \beta}$$

FUNÇÃO ARCO TANGENTE

Dada a função $f(x) = tg\ (x)$, com domínio $\left[\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ e imagem em R a função inversa de *f*, denominada arco-tangente é definida por $f^{-1}: R \to \frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}$ e denotada por *arctg(x).*

FUNÇÃO TANGENTE HIPERBÓLICO

A função tangente hiperbólico, tal como seno, recebe este nome pois relaciona-se com a hipérbole e não com arcos. O seno hiperbólico é definido por:

$$\tanh(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{e^x + e^{-x}}$$

FUNÇÃO LOGARÍTMICA

Sejam os números reais positivos a e b, com $a \neq 1$. Denomina-se logaritmo de b na base a o expoente c, tal que $b = a^c$, isto é:

$$\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b$$

Onde *a* é a base, *b* o logaritmando e *c* o logaritmo. Nesse tipo de função o domínio é representado pelo conjunto dos números reais maiores que zero e o contradomínio, o conjunto dos reais (PAIVA, 2009). Logaritmo decimal é todo logaritmo cuja base é 10. Indica-se o logaritmo decimal de um número *a* simplesmente por *log a*.

Logaritmo neperiano é todo logaritmo cuja base é o número de Neper *e = 2,718281828....* Indicamos por *loge a* ou simplesmente *ln a*.

FUNÇÕES LÓGICAS

As funções *maior inteiro, menor inteiro* e *valor absoluto* são muito utilizadas em ambientes computacionais. A função de *valor absoluto* é correspondente a função modular, que retorna o valor absoluto do parâmetro passado a ela. A função *maior inteiro* ou *teto* retorna o menor valor inteiro maior que o parâmetro passado a ela, enquanto a função *menor inteiro* retorna o maior número inteiro menor que o parâmetro. Exemplos:

f(x) = maior inteiro(x)

maior inteiro (5.4) = 6

maior inteiro (-5.4) = -5

f (x) = menor inteiro(x)

menor inteiro (5.4) = 5

menor inteiro (-5.4) = -6

f (x) = valor absoluto(x)

valor absoluto(-5.4) = 5.4

GRÁFICOS GERADOS

Os gráficos são gerados em um plano cartesiano. O plano cartesiano consiste em dois eixos perpendiculares, sendo o horizontal chamado de eixo das abscissas e o vertical de eixo das ordenadas. O plano cartesiano foi desenvolvido por Descartes para localizar pontos no espaço. O encontro dos eixos é chamado de origem. Cada ponto do plano cartesiano é formado por um par ordenado *(x, y)*, *x* está contido no eixo das abscissas e representa o domínio da função, enquanto *y* está no eixo das ordenadas e representa a imagem da função. Nesta seção são apresentados alguns gráficos gerados pelo programa desenvolvido durante o projeto.

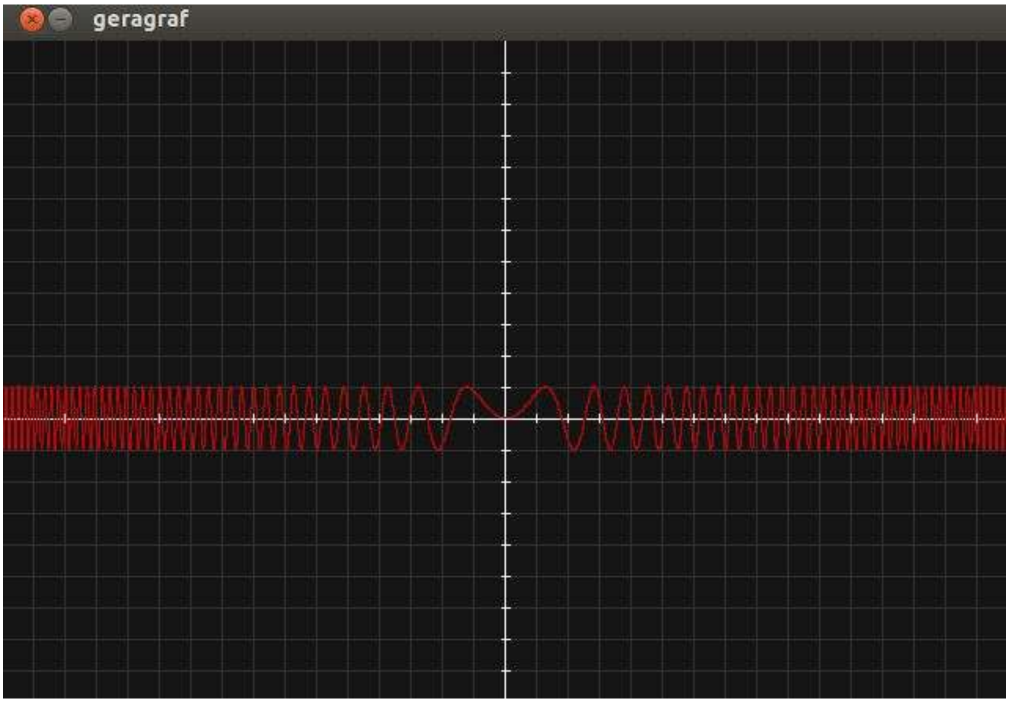

Figura 2 Gráfico da função $sen(x^2)$.

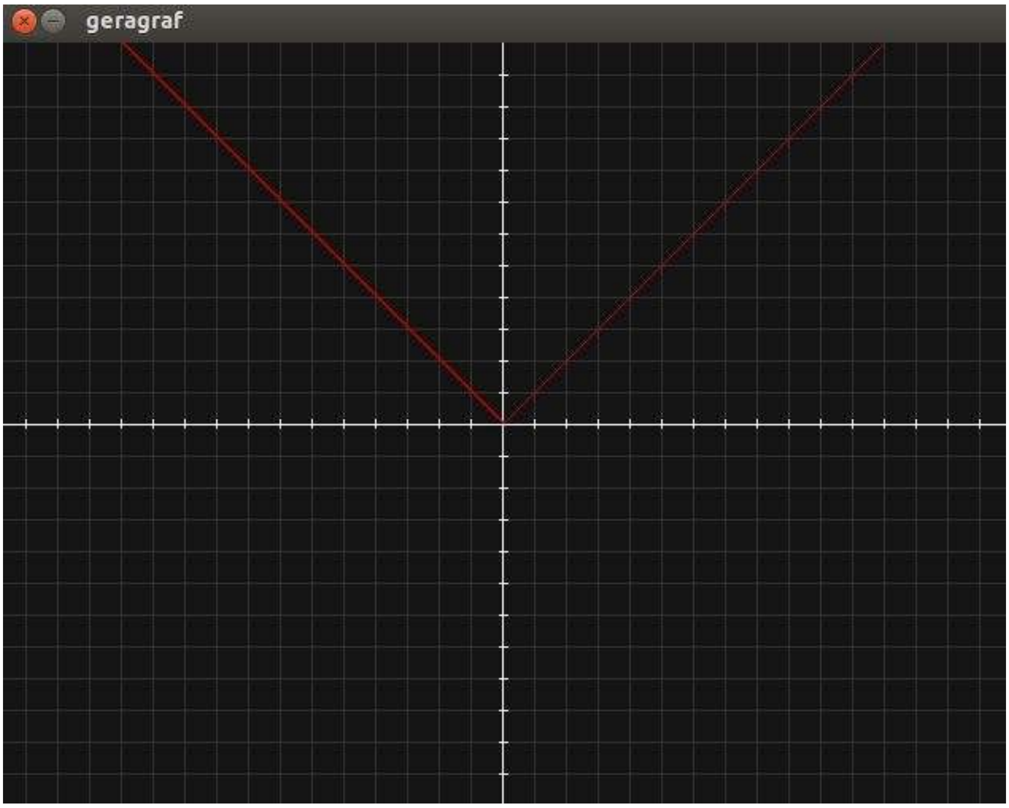

Figura 3 Gráfico da função *abs(x)*.

Figura 4 Gráfico da função $\frac{1}{x}$.

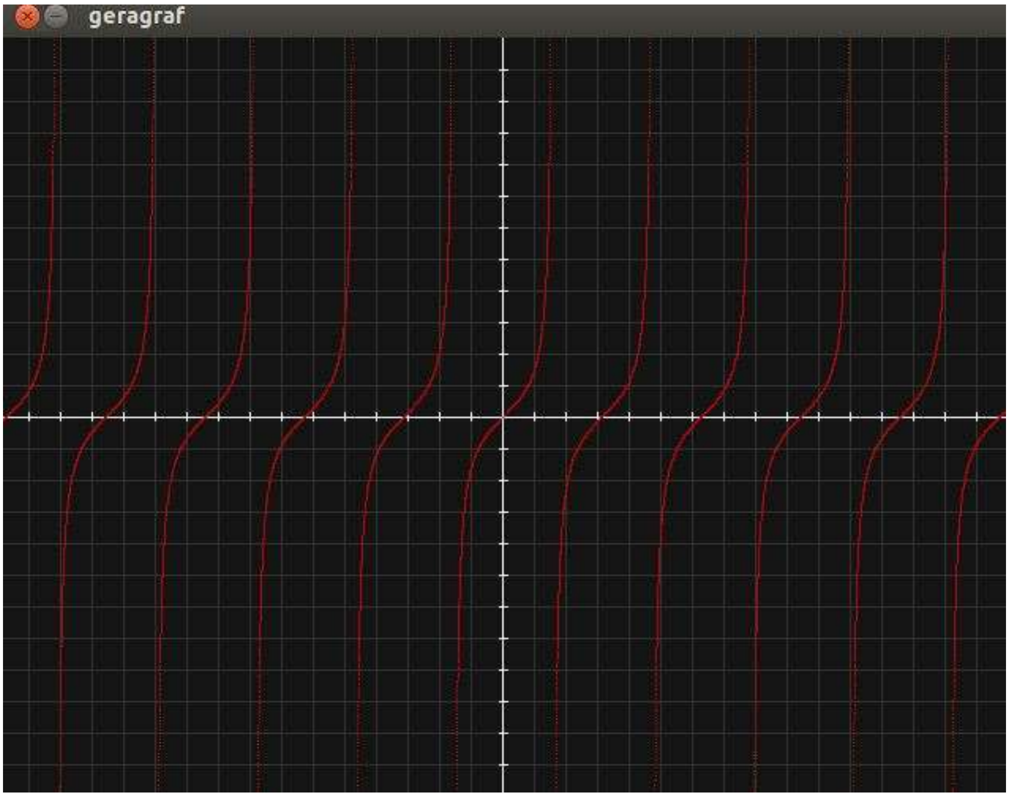

Figura 5 Gráfico da função *tg(x)*.

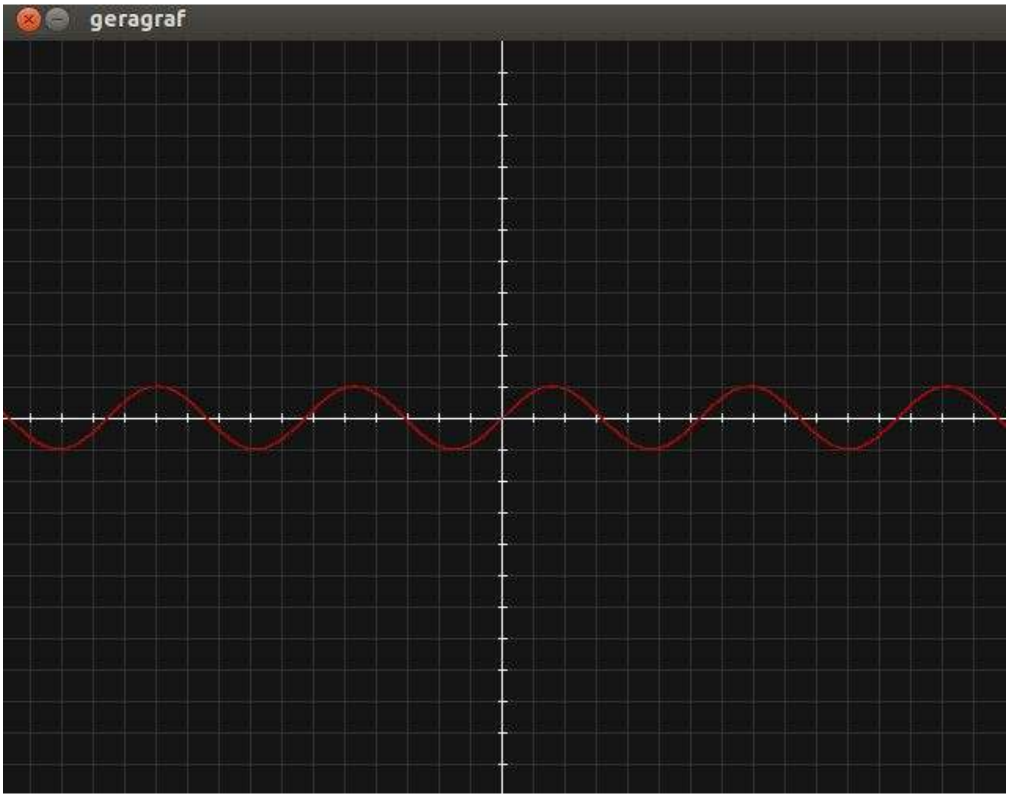

Figura 6 Gráfico da função *sen(x)*.

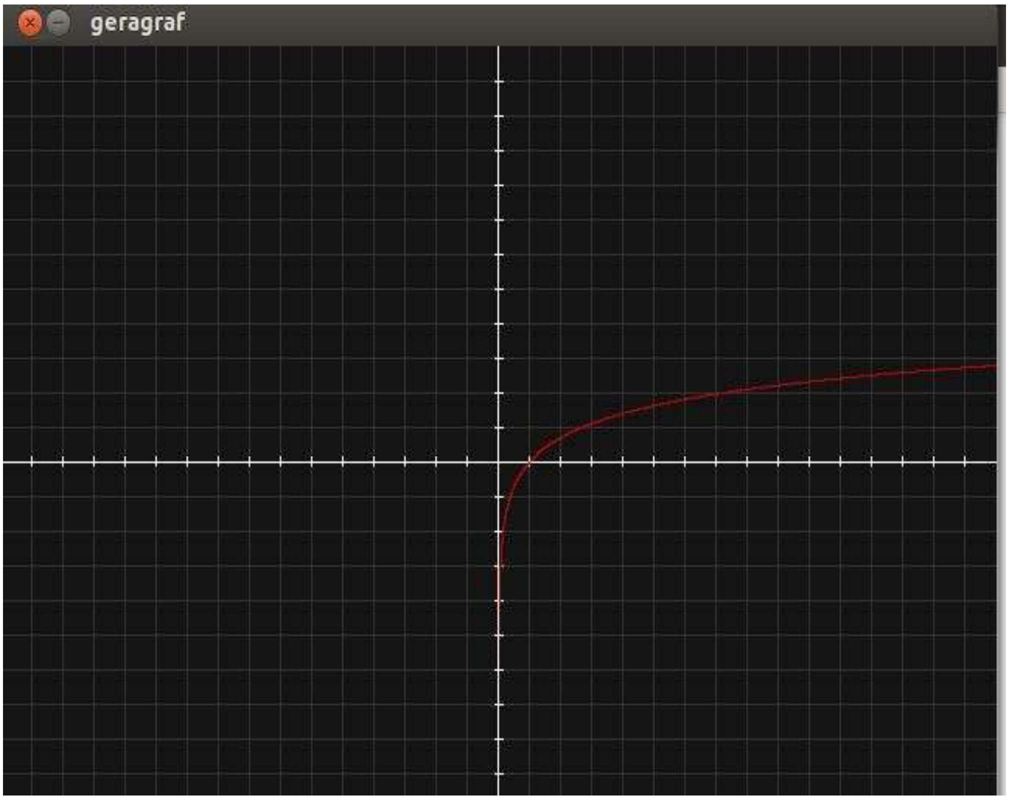

Figura 7 Gráfico da função *log(x)*.

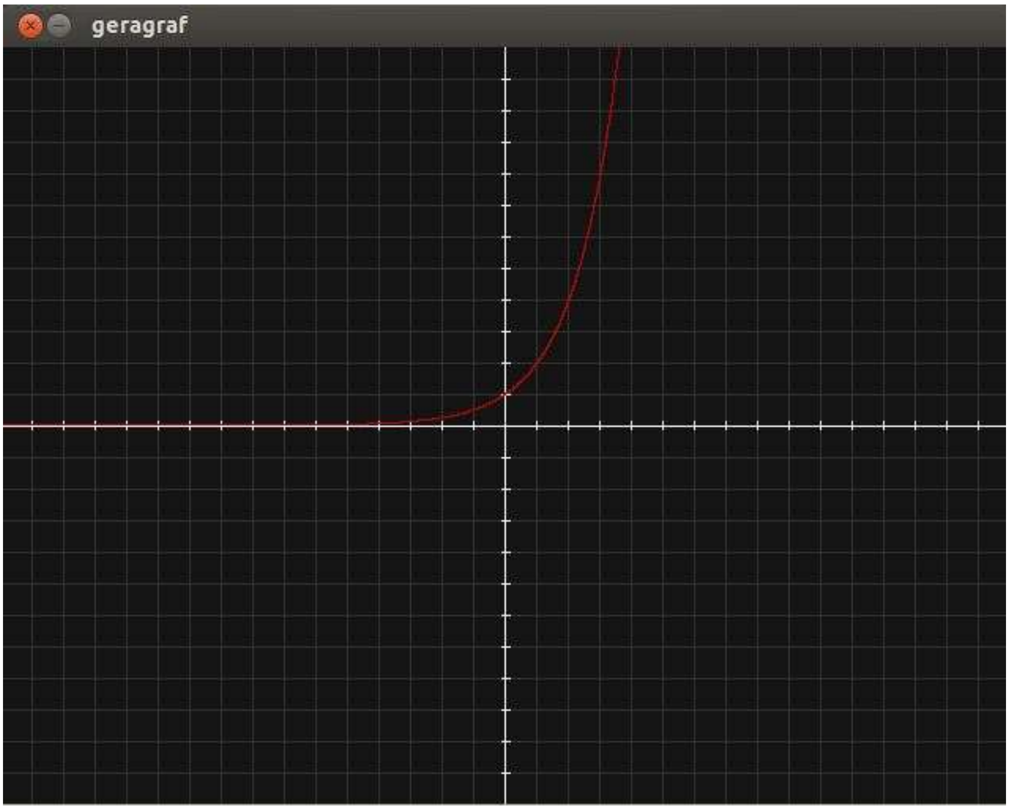

Figura 8 Gráfico da função 2^x .

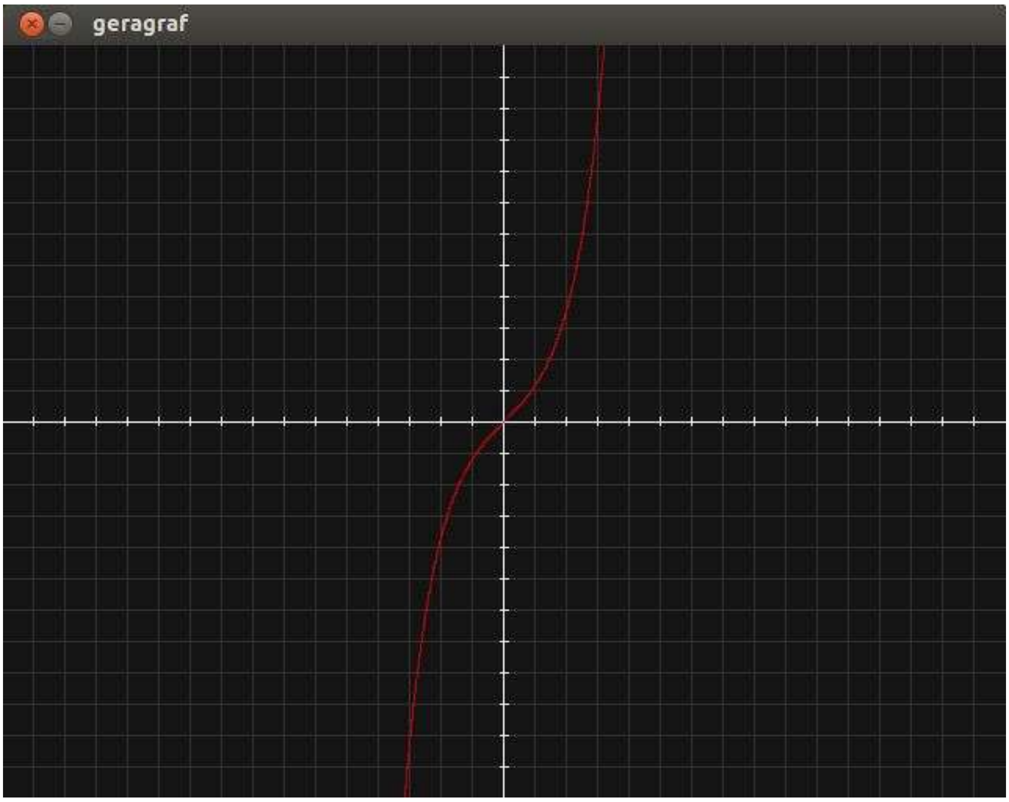

Figura 9 Gráfico da função *senh(x)*.

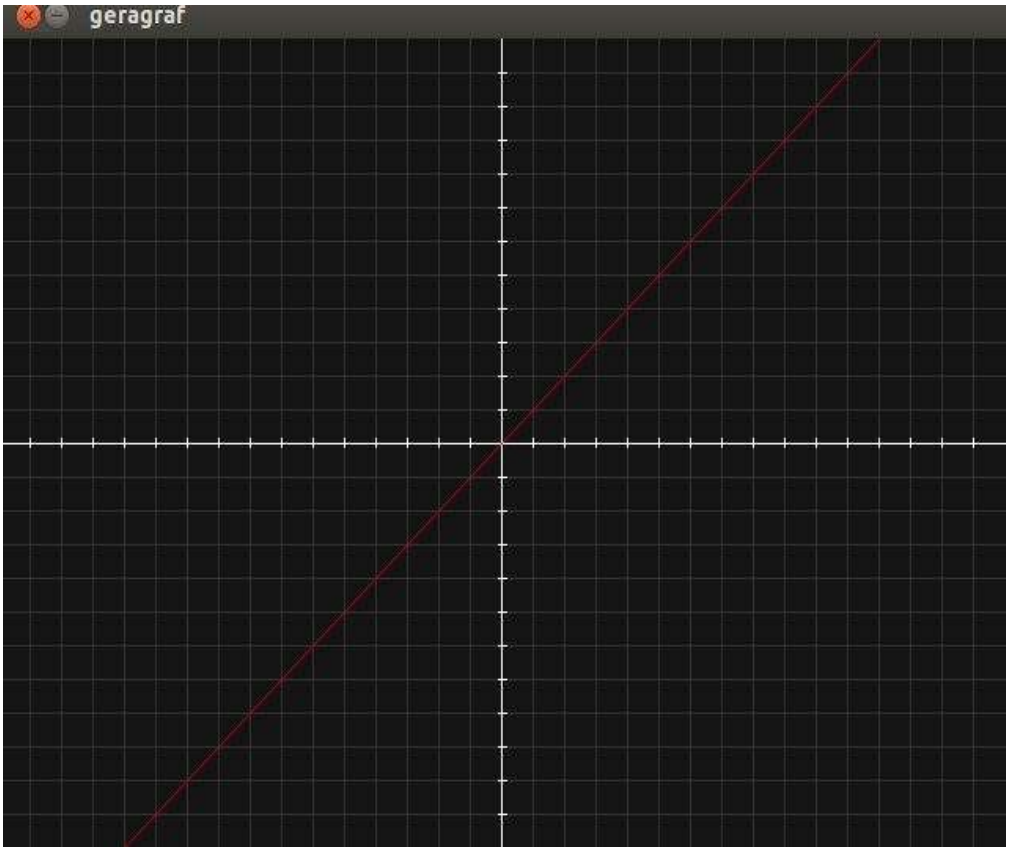

Figura 10 Gráfico da função *f(x) = x*.

IMPLEMENTAÇÃO

Foi implementado em linguagem computacional uma rotina que dada uma função de entrada ela gera um gráfico desta função. A linguagem usada para a implementação foi a linguagem C++, uma extensão da linguagem C. A linguagem C++ é uma linguagem com o paradigma de orientação a objetos diferente da linguagem C que é uma linguagem estruturada. Foi feita a escolha pela linguagem C++ pois todas as funções suportadas e disponíveis na linguagem C também estão no C++. Para compilar foi usado o compilador G++ 4.8.1.

Quando tratamos de linguagens de programação uma biblioteca é um conjunto de rotinas disponibilizadas para a linguagem. Estas bibliotecas podem ser padrão ou não. Quando dizemos que uma biblioteca é padrão de uma linguagem significa que esta linguagem segue os padrões da linguagem e é disponibilizada por seus compiladores. No entanto podemos criar bibliotecas em uma linguagem, ou para organizar o código fonte, ou para distribuição. Os compiladores de linguagem C++ suportam, em sua maioria, as bibliotecas da linguagem C, uma vez que já foi dito que o C++ trata-se de uma extensão de C.

INTERAÇÃO COM AS ROTINAS

Como já foi dito anteriormente existe uma lista de funções aceitas pelo programa, é possível calcular o gráfico de uma equação com mais de uma função, por exemplo $sen\ (x^2)$. Porém existem algumas normas para que o programa responda corretamente. É preferível que as equações informadas estejam completamente parentizadas, por exemplo $f(x) = (6 * x) + 3$. Também é necessário que todos os operadores sejam informados, os operadores básicos são:

- ^ equivalente a elevado. Ex: *2^x* = 2^x .
- * multiplicação. Ex: *2*x = 2x*.
- / divisão. Ex: $2\,/\,x\ =\ \frac{2}{x}$.
- **-** subtração.
- **+** adição.
- Menor inteiro*(x)* = *floor(x).*
- Maior inteiro*(x)* = *ceil(x).*

CONCLUSÕES

O uso de ferramentas computacionais se tornou crucial no nosso dia a dia. Desenvolver uma ferramenta matemática para gerar gráficos de funções é de extrema importância para o aprendizado e estudo tanto da parte matemática quanto da parte computacional. Ao desenvolver um projeto como este é necessário estudar e compreender todos os aspectos relacionados a representação em máquina de números e funções. Nesse sentido, o desenvolvimento do projeto permitiu a aquisição de conhecimentos tanto teóricos quanto práticos da área de computação por parte dos envolvidos no mesmo. Além disso, foi crucial para a obtenção de experiência no desenvolvimento de pesquisas científicas.

AGRADECIMENTOS

Os agradecimentos são direcionados a professora Msc. Adriana Betânia de Paula Molgora, orientadora do projeto, à Universidade Estadual de Mato Grosso do Sul, à FUDECT-MS e ao CNPq.

REFERÊNCIAS

FLEMMING, D. M., GONÇALVES, M. B., Cálculo A, São Paulo: Person, 2006.

LIPSCHUTZ, S., LIPSON, M., Matemática Discreta, Coleção Schaum, Porto Alegre: Bookman, 2004.

ROSEN, K. H., *Matemática Discreta e suas Aplicações.*, São Paulo: McGraw-Hill, 2009.

THOMAS, G. B., WEIR, M. D., HASS, J. *Cálculo*- Volume 1., São Paulo: Person, 2012.

WEISSTEIN, E. W. *Transcendental Function*. From *MathWorld*--A Wolfram WebResource. Disponível em: http://mathworld.wolfram.com/TranscendentalFunction.html. Acesso em abril, 2013.

I. IEZZI, Gelson. Matemática 1ª serie 2º grau. São Paulo: Atual, 1990. Autores:
Gelson Iezzi, Osvaldo Dolce, José Carlos Teixeira, Silveira Castro, Antonio dos Santos Machado.

PAIVA, Manoel Rodrigues. Matemática 1. 1ª edição. Conexões com a matemática. São Paulo: Moderna, 2010.