TÍTULO: INTRODUÇÃO AOS ESPAÇOS MÉTRICOS.

Instituição: UEMS – Câmpus de Nova Andradina

Área temática: Pesquisa – Ciências Exatas e da Terra

SILVA, Gleison Franklin Mendes[1] (gleisondasilva8@gmail.com); **PAVANI,** Gustavo Antonio[2] (gustavo.pavani@uems.br).

[1] – Bolsista de Iniciação Científica UEMS e discente do Curso de Matemática do Câmpus de Nova Andradina;
[2] – Orientador e Professor do Curso de Matemática do Câmpus de Nova Andradina.

Tanto no Cálculo quanto na Geometria, ainda que estudados de modo elementar e intuitivo, a noção de “distância entre dois pontos” é fundamental, bem como conceitos que deste derivam, como o de “vizinhança de um ponto”, “limite”, “função (de uma variável real a valores reais) contínua em um ponto” dentre muitos outros. Assim, parece razoável que, quando buscarmos uma generalização dos conceitos do Cálculo, da Análise Matemática e da Geometria, buscarmos também uma generalização do conceito de distância que independa das especificidades dos “espaços” em questão. O cerne do conceito de espaço métrico é o conceito de distância, que foi introduzido no âmbito do Cálculo Funcional pelo matemático francês Maurice Fréchet em 1906, em sua tese de doutorado sobre o Cálculo Funcional (“Sur quelques points du calcul fonctionnel"). Neste trabalho, dentre os tipos importantes de espaços generalizados que Fréchet analisou, estavam os (por ele denominados) L-espaços, ou seja, espaços nos quais se podia definir uma “função distância”. Fréchet formulou uma generalização dos conceitos de limite, derivada e continuidade para os espaços de funções. Em 1910, David Hilbert sugeriu axiomas para “vizinhanças” de pontos em um conjunto abstrato qualquer, generalizando, portanto, propriedades de pequenos discos centrados em pontos do plano. O termo “espaço métrico” foi, finalmente, introduzido pelo matemático alemão Felix Hausdorff em 1912, enquanto ponderava sobre o papel de conjuntos de pontos na Teoria dos Conjuntos. Ele apresentou uma lista de axiomas em seu livro “Grundzüge der Mengenlehre” (“Noções Básicas de Teoria dos Conjuntos”)(1914, pp. 211-2).
Nosso objetivo nesse projeto é estudar os espaços métricos e suas propriedades. Para isso, os tópicos que estudamos foram conjuntos, métricas, sequências em espaços métricos, topologia dos espaços métricos, funções contínuas e homeomorfismos, conjuntos compactos e conexos, Teorema do Ponto Fixo de Brower, espaços métricos completos e introdução aos espaços topológicos. Além disso, esse projeto busca suprir algumas fragilidades da grade curricular do curso de licenciatura em Matemática de Nova Andradina, o qual não contempla a disciplina de Espaços Métricos ou Topologia. A metodologia utilizada é a pesquisa na literatura especializada e discussões semanais com o orientador. Como resultado esperamos adquirir conhecimento matemático sólido na área de Espaços Métricos, possibilitando assim, a qualificação para pesquisas mais avançadas, como futuramente, a realização de um curso de mestrado ou doutorado em Matemática ou áreas afins. Conclusão: Em toda a Matemática, especialmente nos ramos da Geometria, Topologia e da Análise, o conhecimento da teoria dos espaços métricos é fundamental para compreender o funcionamento de diversos métodos. O importante Teorema do Ponto Fixo de Banach, por exemplo, essencial para se demonstrar a existência e unicidade da solução de problemas de valor inicial, faz uso de conceitos métricos como o de “completude”. Podemos ainda encontrar aplicações do conceito de métrica aos códigos corretores de erros e na Teoria das Distribuições podemos citar a “métrica de Wasserstein”, que fornece uma noção de distância entre distribuições de probabilidades. Há inúmeras outras aplicações modernas, como nos algoritmos de reconhecimento de imagens, que utilizam-se da distância de Hausdorff.

PALAVRAS-CHAVE: espaços métricos, homeomorfismos, continuidade.

AGRADECIMENTOS: Agradecemos à UEMS pela Bolsa de Iniciação Científica.